Komplexe Zahlen

Gliederung

- Einführung in die komplexen Zahlen
- Addition Subtraktion
- Multiplikation
- Komplexe Zahlen in der Gaußschen Ebene
- Betrag und Konjugation
- Addition Subtraktion
- Polarform
- Ist es sinnvoll, komplexe Zahlen in der Gymnasialen Oberstufe zu behandeln

Was sind komplexe Zahlen

- $c=a+i\cdot b$
- $Re+Im=c$
- $Im(c)=b$
- $Re(c)=a$

Beispiele:

$c=-3+i\cdot(-)2$

$c=2+i\cdot4$

$c=-2+i\cdot7$

Addition und Subtraktion komplexer Zahlen

Addition:

$$\begin{aligned} & c_1 + c_2 \\ & = (a_1 + i \cdot b_1) + (a_2 + i \cdot b_2) \\ & = a_1 + a_2 + i \cdot b_1 + i \cdot b_2 \\ & = a_1 + a_2 + i \cdot (b_1 + b_2) \end{aligned}$$

Subtraktion:

$$\begin{aligned} & c_1 - c_2 \\ & = (a_1 + i \cdot b_1) - (a_2 + i \cdot b_2) \\ & = a_1 - a_2 + i \cdot b_1 - i \cdot b_2 \\ & = a_1 - a_2 + i \cdot (b_1 - b_2) \end{aligned}$$

Multiplikation komplexer Zahlen

Multiplikation:

$$c_1 \cdot c_2$$

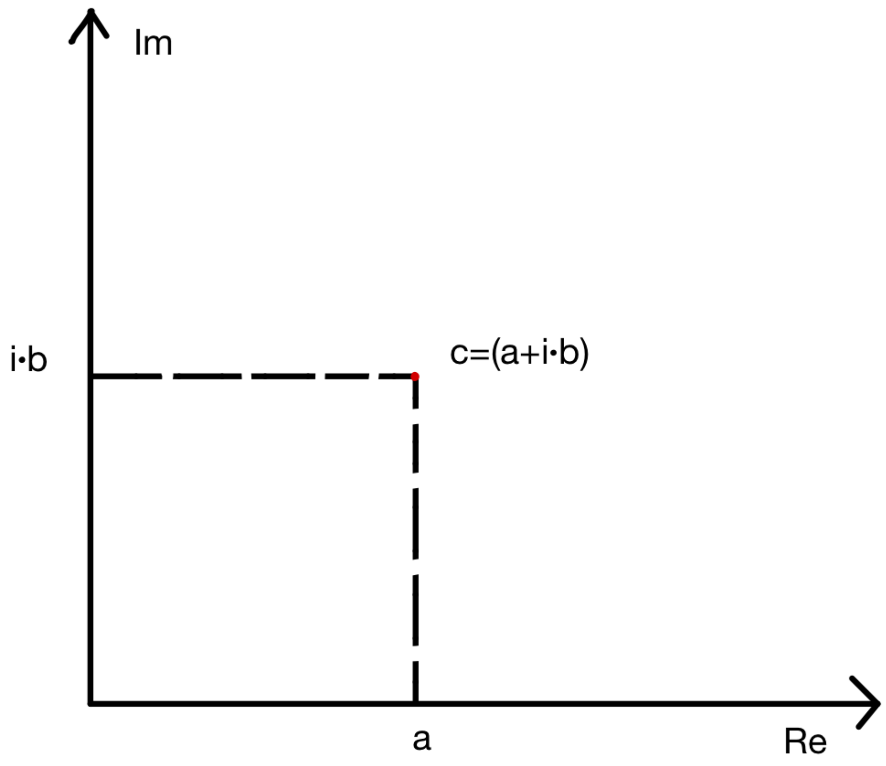
$$= (a_1 + i \cdot b_1) \cdot (a_2 + i \cdot b_2)$$

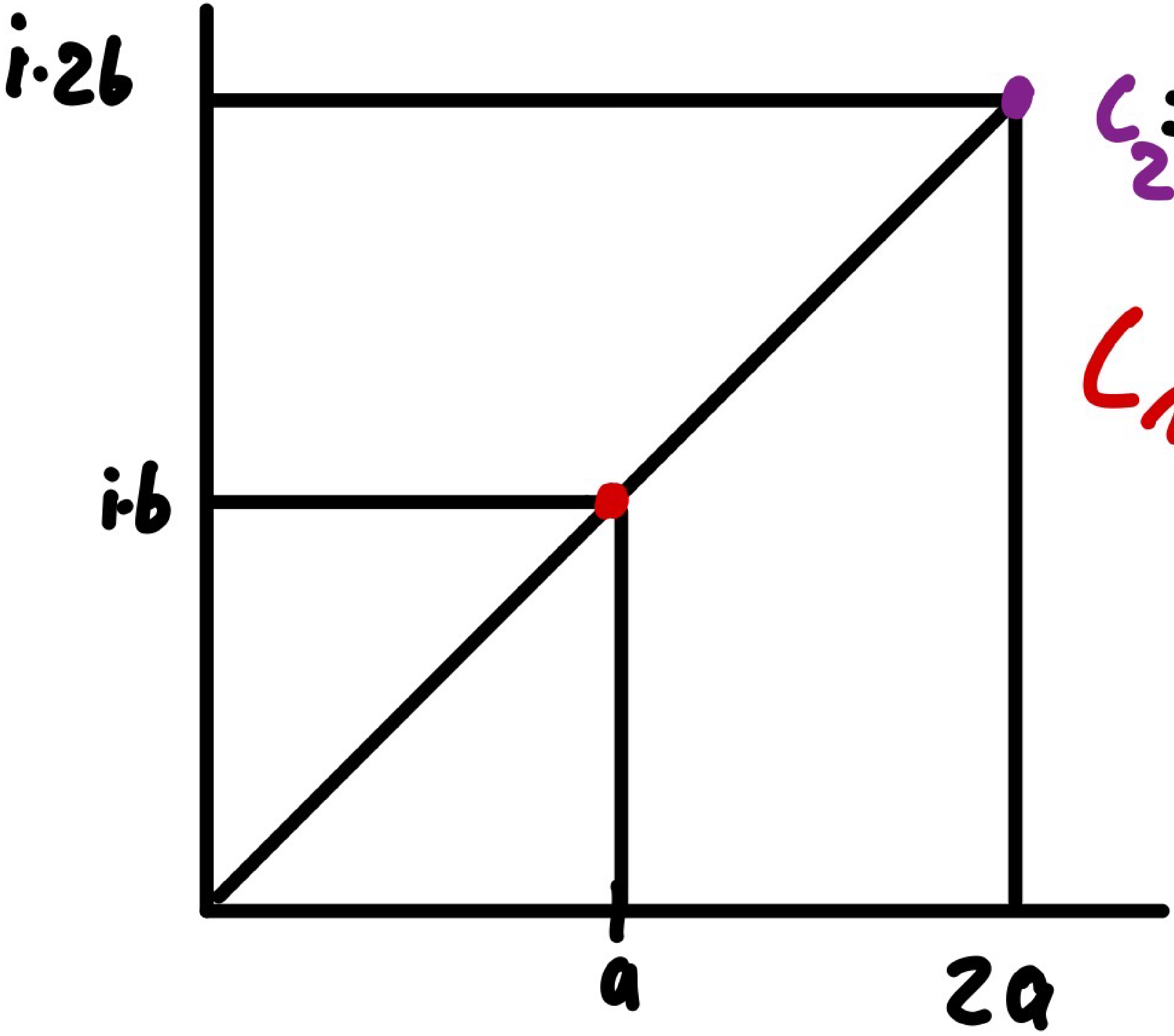
$$= (a_1 \cdot a_2) + (a_1 \cdot i \cdot b_2) + (i \cdot b_1 \cdot a_2) + i \cdot b_1 \cdot i \cdot b_2$$

$$= (a_1 \cdot a_2) + (a_1 \cdot i \cdot b_2) + (i \cdot b_1 \cdot a_2) - (\cdot b_1 \cdot b_2)$$

$$= (a_1 \cdot a_2 - b_1 \cdot b_2) + i \cdot (a_1 \cdot b_2 + b_1 \cdot a_2)$$

Komplexe Zahlen auf der (Gaußschen) Zahlenebene

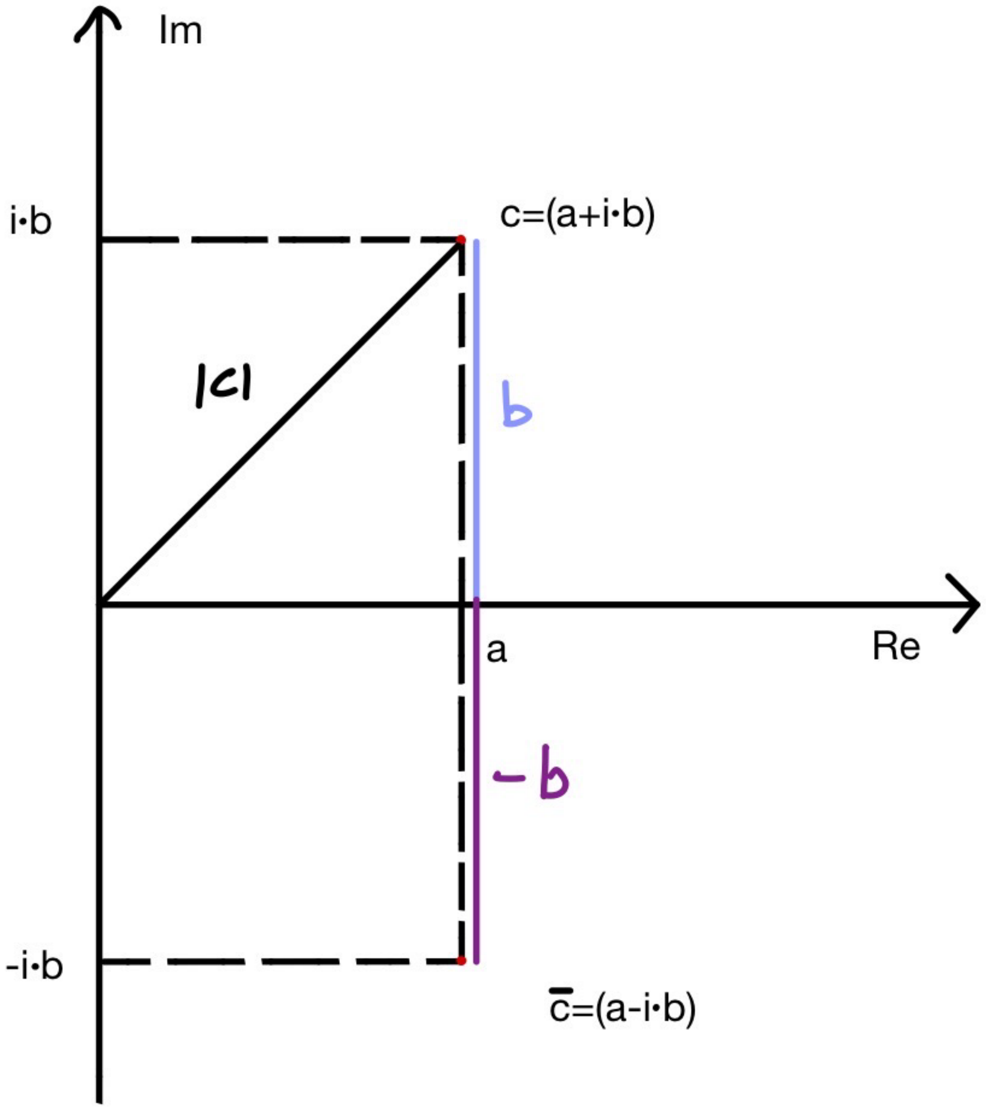




$$c_2 = c_1 + c_1$$

$$c_1 = c_2 - c_1$$

Konjugation und Betrag einer komplexen Zahl



Division komplexer Zahlen

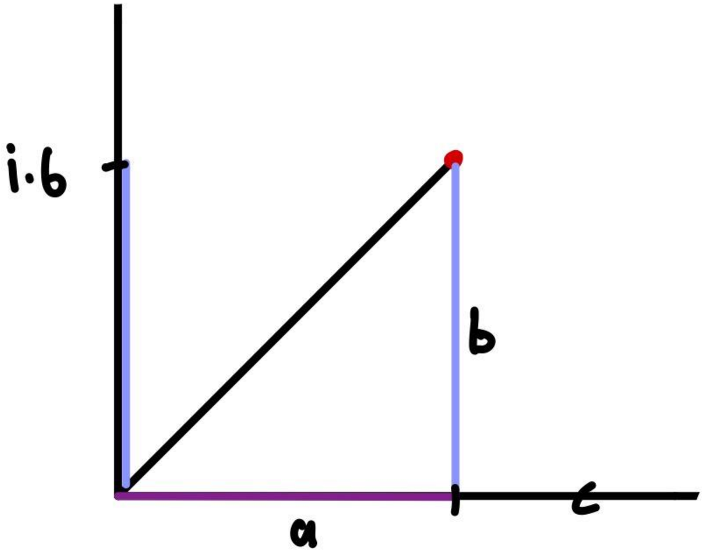
Division:

$$c = \frac{c_1}{c_2}$$

$$= \frac{c_1 \cdot \overline{c_2}}{c_2 \cdot \overline{c_2}}$$

$$= \frac{c_1 \cdot \overline{c_2}}{|c_2|^2}$$

Polarform



$$c = |c| \cdot \cos(\varphi) + i \cdot |c| \cdot \sin(\varphi)$$
$$= |c| \left(\cos(\varphi) + i \cdot \sin(\varphi) \right)$$

Eulersche Formel,

$$\left(\cos(\varphi) + i \cdot \sin(\varphi) \right)$$
$$= e^{i \cdot \varphi}$$

Ist es sinnvoll, komplexe Zahlen wieder ins Kerncurriculum aufzunehmen?

Pro:

- Logische Erweiterung des Zahlenraums
- Bestandteil vieler Studiengänge
- Gute Verbindung zu bereits erlernten Themen

Contra:

- Mehr Lernstoff für Abiturienten